

Grundwissen 5. Klasse

1. Zahlenmengen

Natürliche Zahlen ohne Null: $N = 1; 2; 3; 4; 5; \dots$
 mit der Null: $N_0 = 0; 1; 2; 3; 4; \dots$
 Ganze Zahlen: $Z = \dots -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots$

2. Die Rechenarten

a) Addition:

Rechenterm heißt Summe: 1. Summand + 2. Summand = Wert der Summe

Beispiele:

- Addiere 3 zu 5. $5 + 3 = 8;$
- Berechne die Summe von (-7) und (+10). $(-7) + (+10) = +3;$

b) Subtraktion

Rechenterm heißt Differenz: Minuend – Subtrahend = Wert der Differenz.

Beispiele:

- Subtrahiere 5 von 9: $9 - 5 = 4;$
- Berechne die Differenz von (-6) und (+8) $(-6) - (+8) = -14;$

c) Multiplikation:

Rechenterm heißt Produkt: 1. Faktor mal 2. Faktor = Wert des Produktes.

Beispiele:

- Multipliziere 12 mit 6. $12 \cdot 6 = 72;$
- Bilde das Produkt von (-8) und (+5). $(-8) \cdot (+5) = -40;$

d) Division:

Rechenterm heißt Quotient: Dividend dividiert durch Divisor = Wert des Quotienten.

Beispiele:

- Dividiere (-15) durch (-3). $(-15) : (-3) = +5;$
- Berechne den Quotienten von (+30) und (-6). $(+30) : (-6) = -5;$

e) Potenzieren

Rechenterm heißt Potenz: Basis hoch Exponent = Wert der Potenz.

Beispiele:

- Potenziere 3 mit 5. $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243;$
- Berechne die dritte Potenz von (-2). $(-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = -8;$

Rechenverfahren:

Addition	Subtraktion	Multiplikation	Division
$\begin{array}{r} 23789 \\ + 35636 \\ \hline 59425 \end{array}$	$\begin{array}{r} 78423 \\ - 35688 \\ \hline 42735 \end{array}$	$\begin{array}{r} 234 \cdot 35 \\ \hline 7020 \\ 1170 \\ \hline 8190 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8190 : 234 = 35 \\ \hline 702 \\ 1170 \\ \hline 1170 \\ \hline --- \end{array}$

3. Rechnen mit ganzen Zahlen

a) Gegenzahl

Die Gegenzahl zu einer Zahl ist ihr Spiegelbild am Nullpunkt.

Beispiele: $(+5) \rightarrow (-5)$; $(-3) \rightarrow (+3)$; $0 \rightarrow 0$.

b) Betrag einer Zahl

Der Abstand einer Zahl vom Nullpunkt nennt man Betrag der Zahl.

Beispiel: $(+7)$ und (-7) haben beide den Betrag 7. 0 hat den Betrag 0

c) Addition von ganzen Zahlen

- mit gleichem Vorzeichen:

Man addiert die Beträge und gibt dem Ergebnis das gemeinsame Vorzeichen.

Beispiele: $(+3) + (+5) = +(3 + 5) = +8$; $(+27) + (+54) = +81$;
 $(-8) + (-7) = -(7+8) = -15$ $(-19) + (-21) = -40$;

- mit verschiedenen Vorzeichen:

Man berechnet den Unterschied der Beträge und setzt das Vorzeichen der Zahl mit dem größeren Betrag:

Beispiele: $(-7) + (+10) = +(10-7) = +3$; $(+24) + (-16) = +(24 - 16) = +8$;
 $(-8) + (+5) = -(8-5) = -3$; $(+32) + (-50) = -(50-32) = -18$;

d) Subtraktion von ganzen Zahlen

Die Subtraktion einer Zahl bedeutet die Addition der Gegenzahl.

Beispiele: $(+12) - (+8) = (+12) + (-8) = +(12-8) = +4$;
 $(+12) - (-20) = (+12) + (+20) = +(12+20) = +32$;
 $(-16) - (+12) = (-16) + (-12) = -(16+12) = -28$;
 $(-18) - (-14) = (-18) + (+14) = -(18-14) = -4$;
 $(-14) - (-20) = (-14) + (+20) = +(20-14) = +6$;

e) Multiplikation von ganzen Zahlen

- Haben beide Faktoren gleiches Vorzeichen, so ist das Ergebnis positiv.

Beispiele: $(+3) \cdot (+4) = +3 \cdot 4 = +12$; $(-5) \cdot (-7) = +5 \cdot 7 = +35$;

- Haben beide Faktoren unterschiedliches Vorzeichen, so ist das Ergebnis negativ.

Beispiele: $(-8) \cdot (+3) = -8 \cdot 3 = -24$; $(+4) \cdot (-6) = -4 \cdot 6 = -24$;

f) Division von ganzen Zahlen

- Haben Dividend und Divisor gleiches Vorzeichen, so ist das Ergebnis positiv.

Beispiele: $(+36) : (+9) = +4$; $(-48) : (-6) = +8$;

- Haben sie unterschiedliches Vorzeichen, so ist das Ergebnis negativ.

Beispiele: $(-72) : (+9) = -8$; $(+42) : (-7) = -6$;

- Durch 0 darf man nie dividieren!

g) Kurzschreibweisen

- bei Summen: $(+5) + (3) = 5 + 3 = 8$; $(+5) + (-4) = 5 - 4 = 1$;
 $(-5) + (+2) = -5 + 2 = -3$; $(-5) + (-4) = -5 - 4 = -9$;
- bei Differenzen: $(+5) - (+4) = 5 - 4 = 1$; $(+5) - (-4) = 5 + 4 = 9$;
 $(-5) - (+3) = -5 - 3 = -8$; $(-5) - (-6) = -5 + 6 = 1$;
- bei Produkten: $(+5) \cdot (-3) = 5 \cdot (-3) = -15$; $(-5) \cdot (+4) = -5 \cdot 4 = -20$;
 $(+5) \cdot (+4) = 5 \cdot 4 = 20$; $(-5) \cdot (-4) = 5 \cdot 4 = 20$;
- bei Quotienten: $(+32) : (-8) = 32 : (-8) = -4$; $(-32) : (+8) = -32 : 8 = -4$;
 $(+36) : (+9) = 36 : 9 = 4$; $(-8) : (-4) = 8 : 4 = 2$;

4. Rechengesetze

a) Kommutativgesetz

- der Addition: In einer Summe darf man die Summanden vertauschen.
Beispiele: $3 + 2 = 2 + 3 = 5$; $-3 + 2 = 2 + (-3) = 2 - 3 = -1$;
 $-7 - 8 = -8 + (-7) = -8 - 7 = -15$;
- der Multiplikation: In einem Produkt darf man die Faktoren vertauschen.
Beispiele: $2 \cdot 3 = 3 \cdot 2 = 6$; $-3 \cdot 2 = 2 \cdot (-3) = -6$;

b) Assoziativgesetz

- der Addition: In einer Summe mit mehreren Summanden darf man beliebig Klammern setzen.
Beispiele: $3 + 5 + 7 = (3 + 5) + 7 = 3 + (5 + 7) = 15$;
 $-3 + 5 - 7 = (-3 + 5) - 7 = -3 + (5 - 7) = -5$;
 $4 - 6 - 5 = (4 - 6) - 5 = 4 + (-6 - 5) = -7$;
- der Multiplikation: In einem Produkt mit mehreren Faktoren darf man beliebig Klammern setzen.
Beispiele: $3 \cdot 5 \cdot 4 = (3 \cdot 5) \cdot 4 = 3 \cdot (5 \cdot 4) = 60$;
 $-3 \cdot (-4) \cdot 2 = [-3 \cdot (-4)] \cdot 2 = -3 \cdot [-4 \cdot 2] = 24$;

c) Distributivgesetz: Eine Summe wird mit einer (ganzen) Zahl multipliziert, indem man jeden Summanden multipliziert und die Produkte addiert.

- Beispiele: $3 \cdot (4 + 5) = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 27$;
 $-3 \cdot (4 - 7) = -3 \cdot 4 - 3 \cdot (-7) = -12 + 21 = 9$;

5. Vereinbarungen

a) Kommen in einem Term nur Rechenarten gleicher Stufe vor und keine Klammern, so wird von links nach rechts gerechnet.

- Beispiele: $3 + 5 - 7 + 2 - 8 = 8 - 7 + 2 - 8 = 1 + 2 - 8 = 3 - 8 = -5$;
 $5 \cdot (-8) : (-10) \cdot (-2) = -40 : (-10) \cdot (-2) = +4 \cdot (-2) = -8$;

b) Kommen in einem Term Rechenarten verschiedener Stufen vor, so gelten folgende Vorrangregeln, falls Klammern nicht eine andere Reihenfolge festlegen:


Punktrechnung vor Strichrechnung!
Potenzrechnung vor Punktrechnung!

- Beispiele: $3 \cdot (-5) - 21 : (-7) = -15 + 3 = -12$;
 $(-9) + 64 : (-2)^3 - 2 \cdot (-5)^2 = -9 - 8 - 50 = -67$;

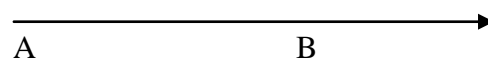
c) Klammern werden zuerst berechnet.

Bei verschachtelten Klammern beginnt man mit der innersten Klammer:

- Beispiele: $3 \cdot (-8 + 19) - 36 : (-5 - 4) = 3 \cdot 11 - 36 : (-9) = 33 + 4 = 37$;
 $[-5 \cdot (-3)]^2 = 15^2 = 225$;
 $15 + [-9 + (7 - 24)] = 15 + [-9 - 17] = 15 - 26 = -11$;

6. Geometrische Grundlagena) Strecke [AB] mit den Endpunkten A und B
Streckenlänge AB


Halbgerade [AB mit Anfangspunkt A



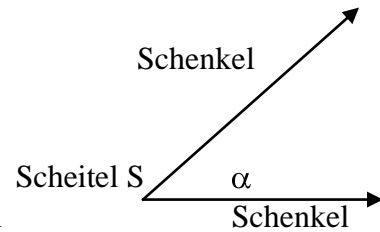
Gerade AB



b) Winkel

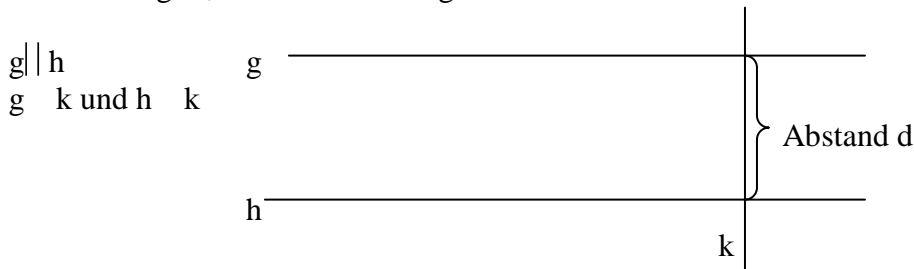
Die Größe eines Winkels wird in Grad ($^{\circ}$) gemessen.

Einteilung:	$0^{\circ} \leq \alpha < 90^{\circ}$	spitze Winkel
	$\alpha = 90^{\circ}$	rechter Winkel
	$90^{\circ} < \alpha < 180^{\circ}$	stumpfer Winkel
	$\alpha = 180^{\circ}$	gestreckter Winkel
	$180^{\circ} < \alpha < 360^{\circ}$	überstumpfer Winkel
	$\alpha = 360^{\circ}$	Vollwinkel



c) Parallele Geraden

Zwei Geraden g und h der Zeichenebene heißen zueinander parallel, es eine dritte Gerade k gibt, die senkrecht zu g und h verläuft.



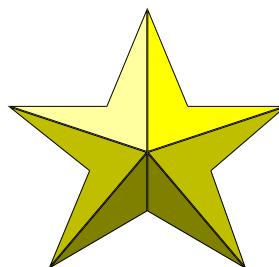
d) Rechteck und Quadrat

- Umfang des Rechtecks: $U = 2 \cdot (l + b)$;
Beispiel: Länge $l = 15 \text{ cm}$; Breite $b = 8 \text{ cm}$; $U = 2 \cdot (15 \text{ cm} + 8 \text{ cm}) = 46 \text{ cm}$;
- Umfang des Quadrates: $U = 4 \cdot a$;
Beispiel: Seite $a = 5 \text{ cm}$; $U = 4 \cdot 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$;
- Flächeninhalt des Rechtecks: $A = l \cdot b$;
Beispiel: $l = 15 \text{ cm}$; $b = 8 \text{ cm}$; $A = 15 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 120 \text{ cm}^2$;
- Flächeninhalt des Quadrates: $A = a \cdot a = a^2$;
Beispiel: $a = 13 \text{ cm}$; $A = (13 \text{ cm})^2 = 169 \text{ cm}^2$;

e) Das Koordinatensystem

f) Achsensymmetrische Figuren

Symmetrieachse



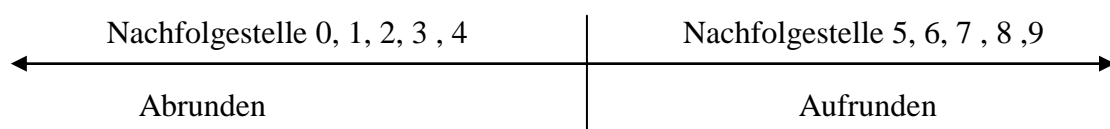
Eine Figur, die man so falten kann, dass ihre beiden Teile exakt aufeinander passen, nennt man achsensymmetrisch. Die faltgerade wird als Symmetrieachse bezeichnet.

7. Größen und ihre Einheiten

- a) Geld: $1 \text{ €} = 100 \text{ ct}; \quad 1 \text{ ct} = 0,01 \text{ €}$
- b) Länge: $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$
 $1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$
 $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$
 $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$
- c) Masse: $1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$
 $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$
 $1 \text{ g} = 1000 \text{ mg}$
- d) Flächen: $1 \text{ km}^2 = 100 \text{ ha} = 10\,000 \text{ a} = 1\,000\,000 \text{ m}^2$
 $1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 10\,000 \text{ m}^2$
 $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$
 $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 = 1\,000\,000 \text{ mm}^2$
 $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2 = 10\,000 \text{ mm}^2$
 $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$
- e) Zeit: $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$
 $1 \text{ min} = 60 \text{ s}$

8. Runden

Regel: Es wird so gerundet, dass der Rundungsfehler höchstens so groß ist wie die Hälfte des Stellenwertes (oder der Einheit), auf den (auf die) gerundet wird.
 Zahlen, bei denen der Rundungsfehler genau die Hälfte des Stellenwertes ausmacht, auf den gerundet wird, werden aufgerundet.
 Wird eine Zahl auf eine bestimmte Stelle gerundet, so kommt es auf die Ziffer auf der nachfolgenden Stelle an:



Beispiele:

• Runden von Zahlen

Zahl	Zu runden ist auf:		
	Zehner	Hunderter	Tausender
2.516	2.520	2.500	3.000
4.902	4.900	4.900	5.000
9.598	9.600	9.600	10.000

• Runden von Größen:

- $1 \text{ m } 15 \text{ cm}$ (auf m) $\approx 1 \text{ m};$ Rundungsfehler: 15 cm;
 $1 \text{ min } 29 \text{ s}$ (auf min) $\approx 1 \text{ min};$ Rundungsfehler: 29 s
 $2 \text{ h } 30 \text{ min}$ (auf h) $\approx 3 \text{ h};$ Rundungsfehler: 30 min = $\frac{1}{2}$ h; aufrunden!
 $17,53 \text{ €}$ (auf €) $\approx 18 \text{ €};$ Rundungsfehler : 47 ct