Grundwissen 8. Klasse Mathematik

1. Funktionale Zusammenhänge

1.1 Grundbegriffe

Wird bei einer Zuordnung $x \mapsto y$ jedem Wert für x **genau ein** Wert für y zugeordnet, so nennt man diese Zuordnung **Funktion.**

Im Koordinatensystem schneidet *jede Parallele zur y-Achse* den Graphen einer Funktion *höchstens einmal*.

Die **Definitionsmenge D** enthält alle Werte aus der Grundmenge, die für x zulässig sind.
Setzt man diese Werte für x ein, so ergeben sich verschiedene **Funktionswerte** für y, die man in der **Wertemenge W** zusammenfasst.

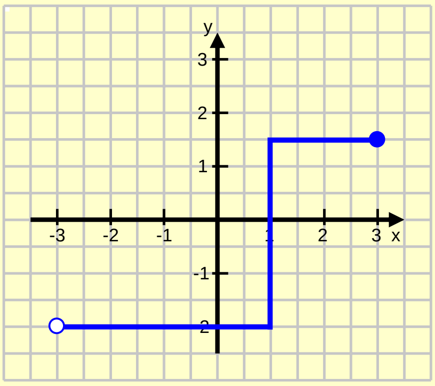
Beispiel: $f(x) = x \cdot (2 - x)$

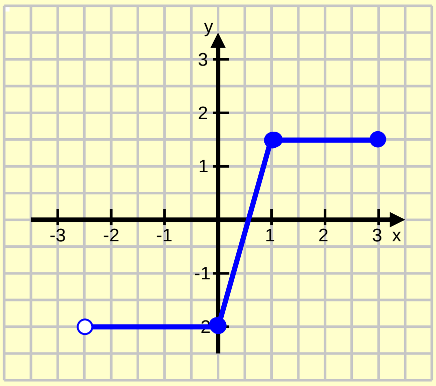
Die gesamte Gleichung nennt man **Funktionsgleichung**, der Term $x \cdot (2 - x)$ heißt **Funktionsterm**.
Die Darstellung $f\colon\ x \mapsto x \cdot (2 - x)$ bezeichnet man als **Zuordnungsvorschrift**.

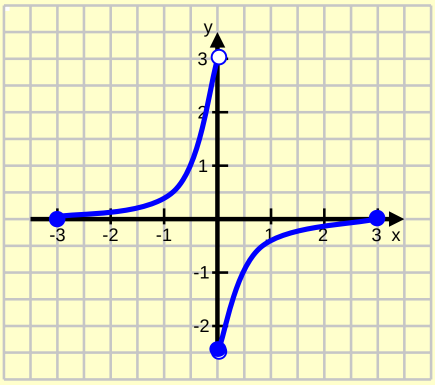
Die **Nullstellen** einer Funktion sind Werte von x, für die der Funktionswert 0 ist. Die zugehörigen Punkte liegen auf der x-Achse. Man erhält die Nullstellen, indem man den Funktionsterm f(x) = 0 setzt.

AUFGABE zu 1.1

Welche der angegebenen Graphen sind Funktionsgraphen? Lies für diese jeweils die Wertemenge ab und gib die Nullstellen an!







1.2 Direkte und indirekte Proportionalität

Zwei Größen heißen **direkt proportional**, wenn gilt:

- dem n-Fachen der Größe x entspricht das n-Fache der Größe y.
- im x-y-Koordinatensystem ergibt sich eine *Gerade durch den Ursprung*.
- die Wertepaare sind *quotientengleich*, d.h. der Quotient y : x hat für alle Wertepaare denselben Wert (y : x = m nennt man Proportionalitätskonstante).

Zwei Größen heißen **indirekt proportional**, wenn gilt:

- dem n-Fachen der Größe x entspricht der n-te Teil der Größe y.
- im x-y-Koordinatensystem ergibt sich eine *Hyperbel*.
- die Wertepaare sind *produktgleich*, d.h. das Produkt x · y hat für alle Wertepaare denselben Wert (y · x = k nennt man Proportionalitätskonstante).

1.3 Die linearen Funktionen

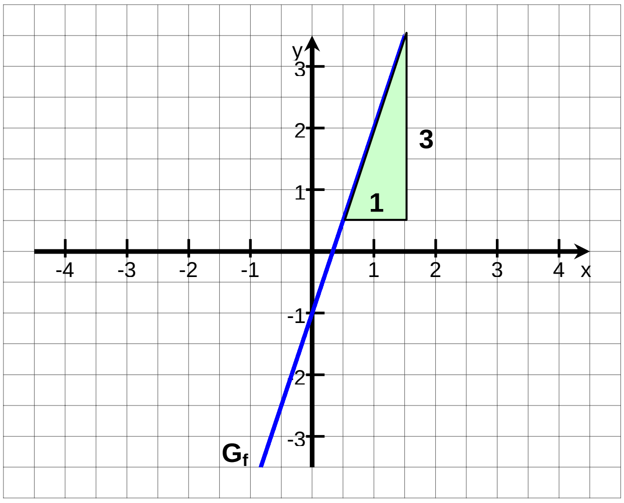
Die Funktionsgleichung $y = m \cdot x$ (mit $m \in \mathbb{Q}$) beschreibt die *direkte Proportionalität* der beiden Variablen x und y. Der Graph dieser Funktion ist eine *Gerade durch den Ursprung*.

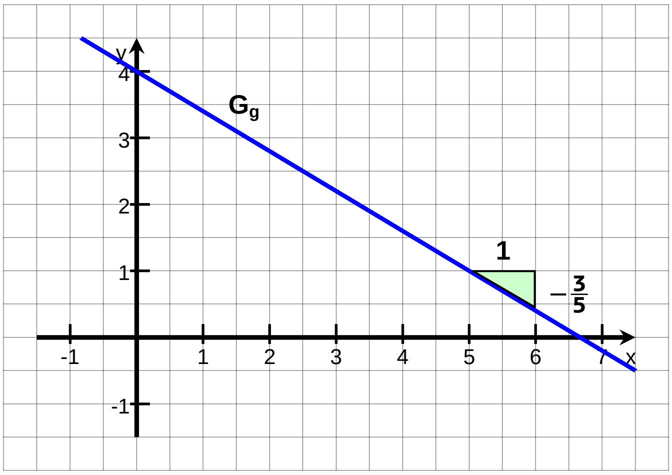
Jede Funktion $f(x) = mx + t$ heißt **lineare Funktion**. Der Graph einer linearen Funktion ist eine Gerade, die die y- Achse im Punkt T(0 | t) schneidet. Man nennt t den **y- Achsenabschnitt**, die Zahl m gibt die **Steigung** an.

Für m > 0 ist die zugehörige Gerade *steigend*, für m < 0 ist sie *fallend* und für m = 0 ist sie *parallel zur x- Achse*.

Das rechtwinklige Dreieck mit einer waagrechten Kathete der Länge 1 LE und einer senkrechter Kathete der Länge m LE heißt **Steigungsdreieck**.

<u>Beispiele:</u> f(x) = 3x – 1 $g(x) = -\frac{3}{5}x + 4$





Verläuft der Graph einer linearen Funktion durch die Punkte $P(x_P \mid y_P)$ und $Q(x_Q \mid y_Q)$ so gilt für die Steigung der Geraden: $m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$

Zwei Geraden g_1 und g_2 stehen genau dann **senkrecht** aufeinander, wenn das Produkt ihrer Steigungen -1 ergibt:

$$\boxed{g_1 \perp g_2 \quad \Leftrightarrow \quad m_1 \cdot m_2 = -1}$$

Zwei Geraden g_1 und g_2 sind genau dann **parallel** zueinander, wenn sie die gleiche Steigung haben. (Haben sie außerdem einen Punkt gemeinsam, so sind g_1 und g_2 **identisch**.)

AUFGABEN zu 1.2 und 1.3

① Sind die in den Tabellen beschriebenen Zuordnungen direkt oder indirekt proportional? Begründe und berechne die fehlenden Größen!

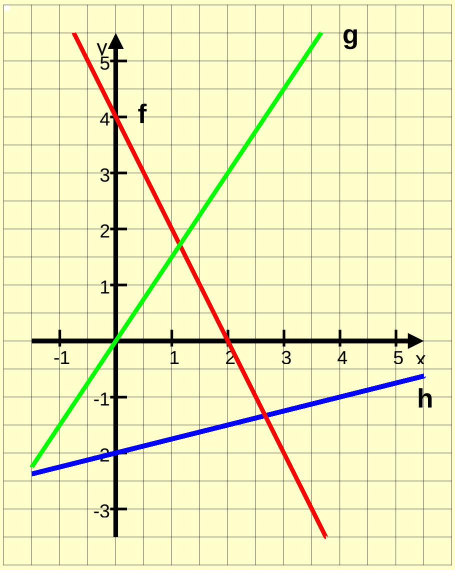
a)

x		2	3	3,2	3,5
y	105	42	28		

b)

x	3,6	6,75	8,1		11,7
y	0,4	0,75		1,2	

② Gib die Gleichung der rechts abgebildeten Geraden f, g und h an!



③ Gegeben sind die Punkte P(1|2) und Q(3|5).

a) Bestimme die Gleichung der Geraden g, die durch die beiden Punkte P und Q verläuft!

b) Bestimme die Nullstelle von g!

1.4 Die gebrochen- rationalen Funktionen

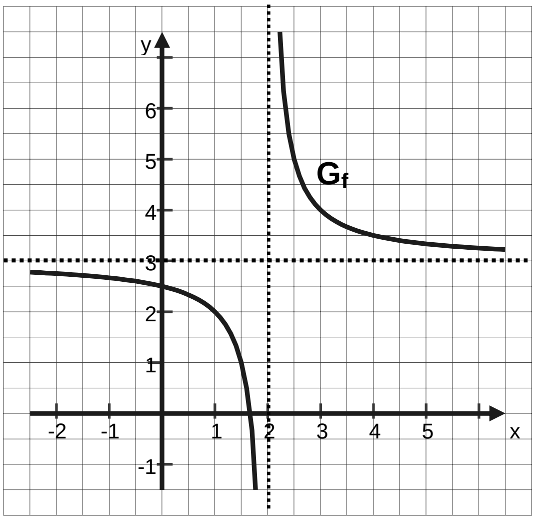
Die Funktionsgleichung $y = \frac{k}{x}$ (mit $k \in \mathbb{Q}$, $x \neq 0$) beschreibt die *indirekte Proportionalität* der beiden Variablen x und y. Der Graph dieser Funktion ist eine *Hyperbel*.

Ist der Funktionsterm ein **Bruchterm** (d.h. ein Term, der die Lösungsvariable mindestens einmal im Nenner enthält), so nennt man die zugehörige Funktion **gebrochen-rational**.

Zahlen, für die der Nenner Null wird, werden als **Definitionslücken** bezeichnet und müssen aus der Definitionsmenge ausgeschlossen werden.

Jeder Graph einer gebrochen-rationalen Funktion besitzt **Asymptoten**. Asymptoten sind Geraden, an die sich der Graph beliebig genau annähert, ohne sie zu schneiden.

Beispiel: $f(x) = \frac{1}{x-2} + 3$



Definitionslücke bei $x_1 = 2$ $\Rightarrow$ $D_f = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$

senkrechte Asymptote: x = 2

waagrechte Asymptote: y = 3

2. Rechnen mit Bruchtermen

2.1 Erweitern und Kürzen von Bruchtermen

Beim **Erweitern** werden der Zähler und der Nenner eines Bruchterms mit der gleichen Zahl beziehungsweise mit dem gleichen Term ($\neq 0$) *multipliziert*.

Beim **Kürzen** werden der Zähler und der Nenner eines Bruchterms durch die gleiche Zahl beziehungsweise durch den gleichen Term ($\neq 0$) *dividiert*.

Beachte:
Vor dem Kürzen müssen der Zähler und der Nenner vollständig **faktorisiert**, das heißt in ein Produkt umgewandelt werden. Dies gelingt durch Ausklammern oder durch Rückwärtsanwenden der binomischen Formeln (vgl. Grundwissen 7. Klasse).

Durch das Kürzen (oder das Erweitern) kann sich die Definitionsmenge ändern. Man sagt dann, dass der ursprüngliche und der gekürzte (oder der erweiterte) Bruchterm **nicht äquivalent** sind.

2.2 Addieren und Subtrahieren von Bruchtermen

Um Bruchterme **addieren** oder **subtrahieren** zu können, muss man sie zuerst auf denselben Nenner bringen, das heißt **gleichnamig** machen. Gleichnamige Bruchterme werden addiert (subtrahiert), indem man die Zähler addiert (subtrahiert) und den gemeinsamen Nenner beibehält.

Meist ist es sinnvoll, jeden der auftretenden Bruchterme zuerst so weit wie möglich zu kürzen, bevor man sie gleichnamig macht.

2.3 Multiplizieren von Bruchtermen

Bruchterme werden miteinander **multipliziert**, indem man das Produkt ihrer Zähler durch das Produkt ihrer Nenner dividiert.
Statt durch einen Bruchterm zu **dividieren**, kann man mit dem Kehrbruch multiplizieren.

AUFGABEN zu 2

① Kürze den Bruchterm so weit wie möglich: $\frac{xy - y + 2x - 2}{xy + 2x}$

② Bestimme die Definitionsmenge: $g(x) = \frac{x-1}{(3+5x)(x-1)}$

③ Berechne: a) $\frac{3a-7b}{a-2b} + \frac{a-3b}{2b-a}$ b) $\frac{126x^2a}{51} \cdot \frac{85x}{189a^3}$

3. Lösen von Gleichungen und Ungleichungen

Zur Definition und zur Lösung von linearen Gleichungen siehe Grundwissen 7. Jahrgangsstufe.

3.1 Lineare Ungleichungen

Die **Grundmenge G** einer linearen Ungleichung ist die Menge der Zahlen, die man in die Ungleichung einsetzen darf. Meist gilt: $G = \mathbb{Q}$

Äquivalenzumformungen bei Ungleichungen

- Multiplikation mit einer positiven Zahl *auf beiden Seiten*
- Multiplikation oder Division mit einer negativen Zahl *auf beiden Seiten*, wenn zugleich das Ungleichungszeichen umgedreht wird
- Addition oder Subtraktion einer Zahl oder eines Terms *auf beiden Seiten*

Beachte: Die Multiplikation mit 0 ist *keine Äquivalenzumformung*

Eine lineare Ungleichung hat entweder keine Zahl (unerfüllbare Gleichung) oder ein Intervall als Lösung.

Intervallschreibweisen:

$$\{x \in \mathbb{Q} \mid x \leq b\} =]-\infty;b] \qquad \{x \in \mathbb{Q} \mid x < b\} =]-\infty;b[\qquad \{x \in \mathbb{Q} \mid x \geq a\} = [a;\infty[$$

$$\{x \in \mathbb{Q} \mid x > a\} =]a;\infty[\qquad \{x \in \mathbb{Q} \mid a < x \leq b\} =]a;b]$$

AUFGABEN zu 3.1

① Löse die folgende Ungleichung rechnerisch und zeichnerisch: $-\frac{3}{5}x - 3 < -\frac{1}{5}x - 1$

② Tobias hat 124 € auf dem Konto, Johannes 300 €. Tobias zahlt jeden Monat 8 € auf sein Konto ein, Johannes hebt jeden Monat 10 € ab. Nach wie vielen Monaten hat Johannes weniger Geld auf dem Konto als Tobias? Löse die Aufgabe mit einer Ungleichung!

3.2 Lineare Gleichungssysteme

Zwei lineare Gleichungen, die zwei Variablen enthalten, bilden ein **lineares Gleichungssystem mit zwei Variablen**.

Beispiel: I. $2x + y = 5$
II. $x - y = 1$

Graphische Lösung:

Löst man die beiden Gleichungen jeweils nach y auf, so ergeben sich Gleichungen linearer Funktionen. Trägt man die beiden zugehörigen Graphen in ein Koordinatensystem ein, so liefert der Schnittpunkt die Lösung des linearen Gleichungssystems. Die **Lösungsmenge L** enthält die Koordinaten der Schnittpunkte.

Sonderfälle:

- Haben die beiden Geraden die gleiche Steigung und denselben y-Achsenabschnitt, so sind sie *identisch*, das heißt L = G
- Haben die beiden Geraden die gleiche Steigung, aber unterschiedliche y-Achsenabschnitte, so sind die Geraden *echt parallel* und haben keinen Schnittpunkt, das heißt L = { }

Rechnerische Lösung:

Zur rechnerischen Lösung eines linearen Gleichungssystems gibt es folgende Lösungsverfahren:

a) Das Einsetzungsverfahren

1. Schritt: Löse eine Gleichung *nach einer Variablen* auf.
2. Schritt: Setze den gefundenen Term *in die andere Gleichung ein* und löse sie nach der verbliebenen Variablen auf.
3. Schritt: Setze die Lösung in eine der beiden Gleichungen ein.
4. Schritt: Gib die Lösungsmenge an.

b) Das Gleichsetzungsverfahren

1. Schritt: Löse beide Gleichungen *nach derselben Variablen* auf.
2. Schritt: *Setze* die beiden *rechten Seiten der Gleichungen gleich* und löse die so erhaltene Gleichung nach der verbliebenen Variablen auf.
3. Schritt: Setze die Lösung in eine der beiden Gleichungen ein.
4. Schritt: Gib die Lösungsmenge an.

c) Das Additionsverfahren

1. Schritt: Forme eine der beiden Gleichungen so um, dass der *Vorfaktor* von x oder y *denselben Betrag* hat.
2. Schritt: *Addiere / Subtrahiere beide Gleichungen* und löse die erhaltene Gleichung nach der verbliebenen Variablen auf.
3. Schritt: Setze die Lösung in eine der beiden Gleichungen ein.
4. Schritt: Gib die Lösungsmenge an.

AUFGABEN zu 3.2

① Löse das Gleichungssystem jeweils zeichnerisch und rechnerisch!

a) $2x+5y=-4$ (I)
   $5x+2y=11$ (II)

b) $3x-y=-2$ (I)
   $y=-3x$ (II)

② Bernd sagt: „Ich denke mir zwei Zahlen. Die erste Zahl ist 1,5-mal so groß wie die zweite Zahl. Wenn ich die zweite Zahl von 42 subtrahiere, erhalte ich die erste Zahl.“ Um welche Zahlen handelt es sich?

3.3 Bruchgleichungen

Gleichungen, bei denen die Variable mindestens einmal im Nenner vorkommt, nennt man **Bruchgleichungen**.

Beispiel: $\frac{3}{x} = \frac{4}{x-1}$

Graphische Lösung:

Man zeichnet die Funktionsgraphen für die beiden Gleichungsseiten und liest die x-Koordinate jedes gemeinsamen Punktes ab.

Rechnerische Lösung:

1. Schritt: Bestimme die *Definitionsmenge.*
2. Schritt: *Multipliziere beide Seiten* der Bruchgleichung mit dem *Hauptnenner* und kürze soweit wie möglich.
3. Schritt: *Löse die vereinfachte Gleichung* mithilfe von Äquivalenzumformungen und prüfe, ob die ermittelte Lösung *in der Definitionsmenge enthalten* ist.
4. Schritt: Gib die Lösungsmenge an.

3.4 Auflösen von Formeln

In der Physik hat man es häufig mit Gleichungen zu tun, die eine Beziehung zwischen verschiedenen Variablen beschreiben. Diese Gleichungen nennt man **Formeln**.

Beispiel: $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$ (Linsengleichung)

Um diese Formeln nach einer Variablen aufzulösen, geht man wie folgt vor:

1. Schritt: Multipliziere beide Seiten der Formel mit dem Hauptnenner und kürze so weit wie möglich.
2. Schritt: Löse die vereinfachte Gleichung mithilfe von Äquivalenzumformungen nach der gesuchten Variable auf.

AUFGABEN zu 3.3 und 3.4

① Gib die Definitions- und Lösungsmenge an!

a) $\frac{2}{4x-1} - \frac{5}{8x-2} = 0$ b) $\frac{2x+1}{2x-1} = \frac{2x-1}{2x+1}$

② Löse die Gleichung nach der in eckigen Klammern angegebenen Variablen auf!

a) $\frac{2}{r} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$ $[b]$ b) $F_1 a_1 = F_2 a_2 + F_3 a_3$ $[a_3]$

4. Stochastik

4.1 Zufallsexperimente, Ergebnis, Ergebnismenge

Ein **Zufallsexperiment** ist ein Experiment, bei dem das Ergebnis zufällig, also nicht vorhersehbar geschieht. Alle möglichen Ergebnisse eines Experiments fasst man im **Ergebnisraum Ω** zusammen. Dabei können – je nachdem, was bei dem vorliegenden Zufallsexperiment beachtet wird – unterschiedliche Ergebnisräume zur Beschreibung des Experiments angegeben werden.

Beispiel: Werfen eines Würfels: $\Omega_1 = \{1;2;3;4;5;6\}$ oder $\Omega_2 = \{\text{gerade Augenzahl, ungerade Augenzahl}\}$

4.2 Ereignisse

Bestimmte Ergebnisse eines Zufallsexperimentes (z.B. die Augenzahlen 2,4 und 6 beim Werfen eines Würfels) werden in einem **Ereignis E** zusammengefasst (hier: Augenzahl gerade). Die Ergebnisse, die zu diesem Ereignis E gehören, heißen **günstige Ergebnisse**.

Die für ein Ereignis **ungünstigen Ergebnisse** (im oben genannten Beispiel: Augenzahlen 1, 3 und 5) werden zum **Gegenereignis $\overline{E}$** zusammengefasst (hier: Augenzahl ungerade).

Ein Ereignis, das alle möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments enthält, heißt **sicheres Ereignis**. Ein Ereignis, das kein Ergebnis enthält, heißt **unmögliches Ereignis**.

4.3 Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

Führt man ein Zufallsexperiment n mal durch und ein bestimmtes Versuchsergebnis tritt k-mal auf, so bezeichnet man k als **absolute Häufigkeit** und $\frac{k}{n}$ als **relative Häufigkeit.**

Empirisches Gesetz der großen Zahlen

Führt man ein Zufallsexperiment sehr oft durch, so ändert sich die relative Häufigkeit, mit der ein Ereignis E eintritt, schließlich nur noch sehr wenig: Die relative Häufigkeit des Ereignisses E schwankt um eine feste Zahl, die man als die **Wahrscheinlichkeit** des Ereignisses bezeichnet.

4.4 Das Zählprinzip

Die möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments lassen sich durch ein **Baumdiagramm** darstellen.

Dabei gilt: Die Gesamtzahl der verschiedenen Möglichkeiten ist gleich dem *Produkt der Anzahlen der verschiedenen Möglichkeit* in den einzelnen Stufen.

(z.B. für die Zusammenstellung eines Menus aus 3 Vorspeisen, 5 Hauptgerichten und 7 Nachspeisen gibt es $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$ verschiedene Möglichkeiten.)

Um n $\in$ N verschiedene Gegenstände anzuordnen gibt es n! (sprich: „n Fakultät") verschiedene Reihenfolgen: n! = $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$

4.5 Laplace-Wahrscheinlichkeit

Zufallsexperimente, bei denen jedes der möglichen Ergebnisse gleichwahrscheinlich ist, nennt man **Laplace-Experimente.**

Gibt es bei einem Laplace- Experiment 2 (3,4,5,…,n) verschiedene Ergebnisse, so beträgt die Wahrscheinlichkeit für jedes dieser Ergebnisse $\frac{1}{2}$ $(\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5},\ldots,\frac{1}{n})$.

Für die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses A gilt: $\boxed{P(A)=\dfrac{\text{Anzahl der für A günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}}$

AUFGABEN zu 4

① Beim Werfen eines Würfels werden folgende Ereignisse betrachtet:

$A=\{1;3;5\}$, $B=\{2;3;5\}$, $C=\{1;4\}$

Beschreibe diese Ereignisse mit Worten!

② Zwei Würfel werden nacheinander geworfen. Die erste Augenzahl liefert den Zähler eines Bruches, die zweite den Nenner.

a) Gib einen Ergebnisraum an.

b) Gib die Ereignisse als Mengen an:

- A: „Wert des Bruchs ist eins“
- B: „Bruch ist Stammbruch“

③ Ein Kartenspiel für „Schafkopf“ besteht aus 32 Karten. Jede der vier „Farben“ *Herz, Schellen, Grün* und *Eichel* besteht aus einem Satz der Karten 7, 8, 9, 10, Unter, Ober, König, Ass. Die 7er, 8er und 9er haben keinen Wert und werden deshalb auch als „Luschen“ bezeichnet. Toni zieht eine Karte.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es

a) das Herz-Ass b) irgendein Ass c) kein Herz d) eine Lusche e) kein Ober

5. Rechnen mit Potenzen

Für Produkte aus n lauter gleichen Faktoren a ($a \in \mathbb{Q}$) schreibt man kurz: $\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{n Faktoren}} = a^n$ (vgl. GW 5. Klasse)

Für Potenzen mit **ganzzahligen Exponenten** wird (für $a \in \mathbb{Q}\setminus\{0\}$ und $n \in \mathbb{N}$) erweitert:

$$a^0 = 1 \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

5.1 Die Potenzgesetze

Es gelten die folgenden Potenzgesetze:

$$\left.\begin{array}{l} a^n \cdot a^m = a^{n+m} \\ a^n : a^m = a^{n-m} \\ (a^n)^m = a^{n\cdot m} \\ (a\cdot b)^n = a^n \cdot b^n \\ (a:b)^n = a^n : b^n \end{array}\right\} \text{für } a,b \in \mathbb{Q}\setminus\{0\},\ n,m \in \mathbb{Z}$$

5.2 Die Gleitkommadarstellung

Mithilfe von Zehnerpotenzen kann man auch Zahlen mit sehr großem beziehungsweise sehr kleinem Betrag übersichtlich darstellen.

Die Darstellung einer Zahl in der Form $\boxed{a \cdot 10^n \quad (n \in \mathbb{Z}; 1 \le a < 10)}$ nennt man **Gleitkommadarstellung**.

AUFGABEN zu 5

① Vereinfache so weit wie möglich und schreibe dein Ergebnis ohne Bruchstrich!

a) $\frac{(ab)^{-2}}{x^2y^{-1}} \cdot \frac{(xy)^2}{a^3b}$ b) $\frac{(r^2s^3t)^2}{rs^{-1}} : \frac{(r^2s^2)^2}{r^{-1}s}$

② Ein Blatt Zeitungspapier der Dicke 0,1 mm wird 50-mal gefaltet. Wie dick ist der entstehende Stapel? Vergleiche dein Ergebnis mit der Entfernung Erde – Mond (384000 km).

③ Ordne die folgenden Terme nach ihrer Größe und begründe dein Vorgehen:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{403}; \left(\frac{1}{4}\right)^{403}; \left(\frac{1}{8}\right)^{120}; 16^{102}; \left(-\frac{1}{4}\right)^{201}; 4^{-210}; (-2)^{360}$$

6. Ähnlichkeit

Wird eine Figur im Maßstab k ($k \in \mathbb{Q}^+ \setminus \{0\}$) vergrößert beziehungsweise verkleinert, so nennt man die Bildfigur und die Originalfigur zueinander **ähnlich**.
Sind zwei Figuren F und G zueinander ähnlich, so schreibt man kurz: $F \sim G$

Für zueinander ähnliche Figuren gilt:

- Einander entsprechende Winkel sind stets gleich groß.
- Längenverhältnisse einander entsprechender Strecken sind stets gleich.

Ähnlichkeitssätze für Dreiecke:

- Dreiecke sind ähnlich, wenn sie in allen Längenverhältnissen entsprechender Seiten übereinstimmen.
- Dreiecke sind ähnlich, wenn sie in allen Winkeln übereinstimmen.
  (Aufgrund der Winkelsumme im Dreieck genügt es, für zwei Dreiecke die Gleichheit zweier Winkel zu zeigen)

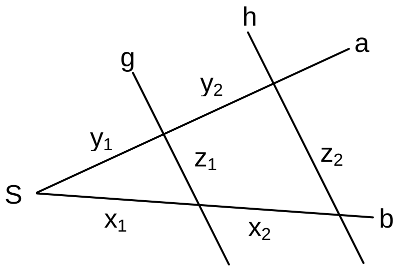
<u>Beachte</u>: Kongruente Figuren (vgl. Grundwissen 7. Klasse) sind ebenfalls zueinander ähnlich, der Ähnlichkeitsfaktor k beträgt dabei 1.

7. Strahlensatz

Werden zwei Geraden a und b, die sich in einem Punkt S schneiden, von zwei Parallelen g und h geschnitten, so verhalten sich…

1. Strahlensatz: … je zwei Abschnitte auf der einen Geraden wie die entsprechenden Abschnitte auf der anderen Geraden:

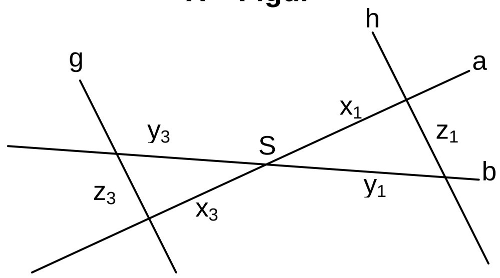
V – Figur



$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$$

$$\frac{x_1}{x_1 + x_2} = \frac{y_1}{y_1 + y_2}$$

X – Figur



$$\frac{x_1}{x_3} = \frac{y_1}{y_3}$$

2. Strahlensatz: … die Abschnitte auf den Parallelen wie die von S aus gemessenen entsprechenden Abschnitte auf der einen Geraden (bzw. auf der anderen Geraden):

V – Figur: $\frac{x_1}{x_1 + x_2} = \frac{z_1}{z_2}$

X – Figur: $\frac{x_1}{x_3} = \frac{y_1}{y_3} = \frac{z_1}{z_3}$

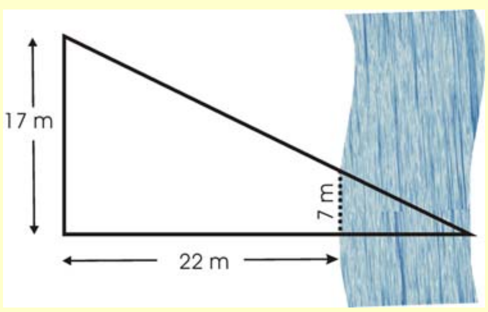
Es gilt auch der **Kehrsatz** des 1. Strahlensatzes:

„Wenn sich bei einer V – beziehungsweise bei einer X – Figur *je zwei Abschnitte auf a wie die entsprechenden Abschnitte auf b verhalten*, dann sind die Geraden *g und h zueinander parallel*."

Die Umkehrung des 2. Strahlensatzes gilt **nicht** ohne zusätzliche Forderungen!

AUFGABEN zu 7

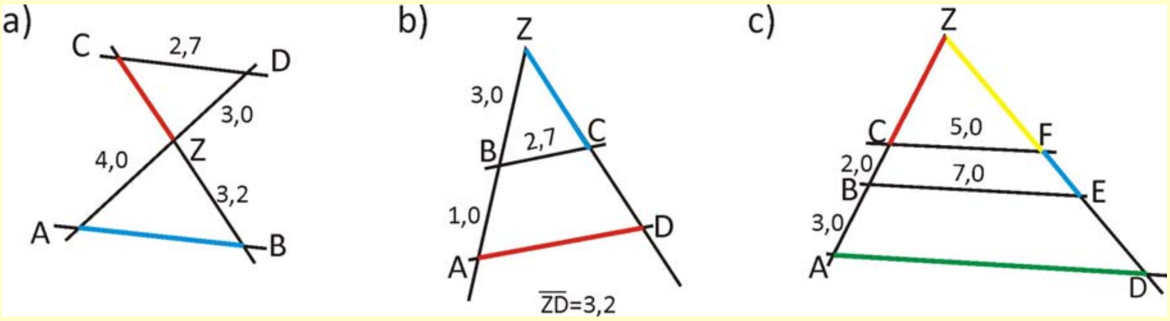
① a) Wie breit ist der Fluss?



b) Wie hoch ist die Leiter?

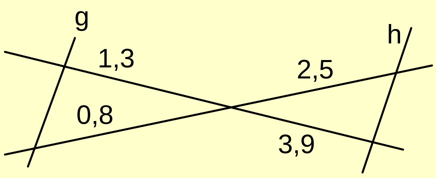
AUFGABEN zu 7 – Fortsetzung

② Berechne die gesuchten Strecken!



$\overline{CZ}$; $\overline{AB}$ $\overline{CZ}$; $\overline{AD}$ $\overline{CZ}$; $\overline{ZF}$; $\overline{FE}$; $\overline{AD}$

③ Überprüfe rechnerisch, ob die Geraden g und h zueinander parallel sind!

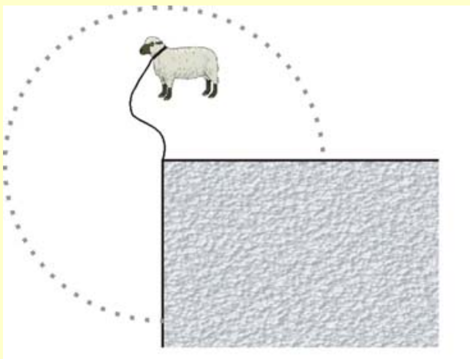


8. Formeln am Kreis

Umfang eines Kreises mit dem Radius r und dem Durchmesser d: $\boxed{\begin{array}{l} U = d \cdot \pi \\ U = 2r \cdot \pi \end{array}}$

Flächeninhalt eines Kreises mit dem Radius r: $\boxed{A_{Kreis} = r^2 \cdot \pi}$

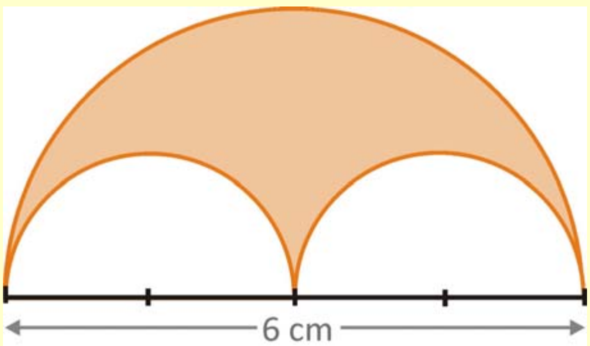
AUFGABEN zu 8



① Ein Schaf wird mit einem 2,5 m langen Seil an einer Hausecke festgebunden. Das Schaf hat bereits nach einem Tag die Fläche, die es erreichen konnte, bis auf den letzten Grashalm abgefressen. Deshalb verlängert der Bauer das Seil am zweiten Tag um einen Meter.

Hat das Schaf heute mehr oder weniger zu fressen?

② Berechne Umfang und Flächeninhalt der gefärbten Flächen!



Lösungen zu den Aufgaben

AUFGABE zu 1.1

- 1. Graph: keine Funktion
- 2. Graph: Funktion, $D =]-2{,}5\ ;3]\ ;\ W = [-2\,;1{,}5]$, Nullstelle etwa bei x=0,5
- 3. Graph: Funktion, $D = [-3\,;3]\ ;\ W = [-2{,}5\,;3[$, Nullstellen bei -3 und 3

AUFGABEN zu 1.2 und 1.3

① a) Produktgleich (k=84), also indirekt proportional

x	0,8	2	3	3,2	3,5
y	105	42	28	26,25	24

b) Quotientengleich (m=9), also direkt proportional

x	3,6	6,75	8,1	10,8	11,7
y	0,4	0,75	0,9	1,2	1,3

② $f(x) = -2x + 4\ ;\ g(x) = 1{,}5x\ ;\ h(x) = \frac{1}{4}x - 2$

③ a) $y = 1{,}5x + 0{,}5$ b) $N(-\frac{1}{3}\,|\,0)$

AUFGABEN zu 2

① $\dfrac{x-1}{x}$ (doppeltes Ausklammern)

② $D = \mathbb{Q} \setminus \{-\frac{3}{5}\,;1\}$

③ a) 2 b) $\dfrac{10x^3}{9a^2}$

AUFGABEN zu 3.1

① $x > -5$

② nach 10 Monaten

AUFGABEN zu 3.2

① a) $L = \{(3|-2)\}$ b) $L = \{(-\frac{1}{3}\,|\,1)\}$

② Es handelt sich um die beiden Zahlen 25,2 und 16,8

AUFGABEN zu 3.3 und 3.4

① a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0{,}25\}\ ;\ L = \{\ \}$ b) $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right\}\ ;\ L = \{0\}$

② a) $b = \dfrac{rg}{2g - r}$ b) $a_3 = \dfrac{F_1a_1 - F_2a_2}{F_3}$

AUFGABEN zu 4

① A: „Augenzahl ungerade“ B: „Augenzahl prim“ C: „Augenzahl ist Quadratzahl“

② a) z.B. $\Omega = \left\{\frac{1}{1};\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{1}{4};\frac{1}{5};\frac{1}{6};\frac{2}{1};\frac{2}{2};\ldots;\frac{2}{6};\ldots\ldots;\frac{6}{1};\frac{6}{2};\frac{6}{3};\frac{6}{4};\frac{6}{5};\frac{6}{6}\right\}$

b) $A = \left\{\frac{1}{1};\frac{2}{2};\frac{3}{3};\frac{4}{4};\frac{5}{5};\frac{6}{6}\right\}$ $B = \left\{\frac{1}{1};\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{1}{4};\frac{1}{5};\frac{1}{6}\right\}$

③ a) $\frac{1}{32}$ b) $\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{3}{8}$ e) $\frac{7}{8}$

AUFGABEN zu 5

① a) $a^{-5}b^{-3}y^{3}$ b) $r^{-2}s^{4}t^{2}$

② $1{,}13\cdot 10^{8}$ km (293 mal die Entfernung Erde – Mond)

③ $\left(-\frac{1}{4}\right)^{201} < \left(\frac{1}{4}\right)^{403} < 4^{-210} < \left(\frac{1}{2}\right)^{403} < \left(\frac{1}{8}\right)^{120} < (-2)^{360} < 16^{102}$

AUFGABEN zu 7

① a) $x = 15{,}4$ m b) $h = 2{,}7$ m

② a) $\overline{CZ} = 2{,}4$ $\overline{AB} = 3{,}6$ b) $\overline{CZ} = 2{,}4$ $\overline{AD} = 3{,}6$ c) $\overline{CZ} = 5$ $\overline{ZF} = 6$ $\overline{FE} = 2{,}4$ $\overline{AD} = 10$

③ Nein, denn $\frac{3{,}9}{1{,}3} \neq \frac{2{,}5}{0{,}8}$

AUFGABEN zu 8

① $A_{Gefressen} \approx 14{,}7\ m^{2}$ $A_{neu} \approx 14{,}1\ m^{2}$

② $U \approx 18{,}85$ cm $A \approx 7{,}07\ cm^{2}$